

Experimento 5: Péndulo simple

Introducción teórica

Péndulo simple

Un péndulo simple se define como una partícula de masa m suspendida del punto O por un hilo inextensible de longitud l y de masa despreciable.

Un péndulo simple es un ejemplo de oscilador no lineal. Se puede aproximar a un oscilador lineal cuando su amplitud es pequeña.

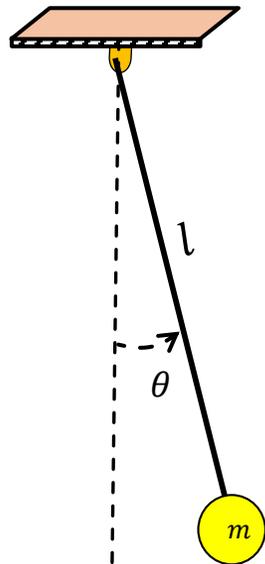


Figura 1

Si la partícula se desplaza a una posición θ_0 (ángulo que hace el hilo con la vertical) y luego se suelta, el péndulo comienza a oscilar.

El péndulo describe una trayectoria circular, un arco de una circunferencia de radio l . Estudiaremos su movimiento en la dirección tangencial.

La única fuerza que actúan sobre la partícula de masa m es el peso mg .

Experimento 5: Péndulo simple

Introducción teórica

Péndulo simple

Si descomponemos el peso en la acción simultánea de dos componentes, $w_t = mg \operatorname{sen} \theta$ en la dirección tangencial y $w_r = mg \cos \theta$ en la dirección radial.

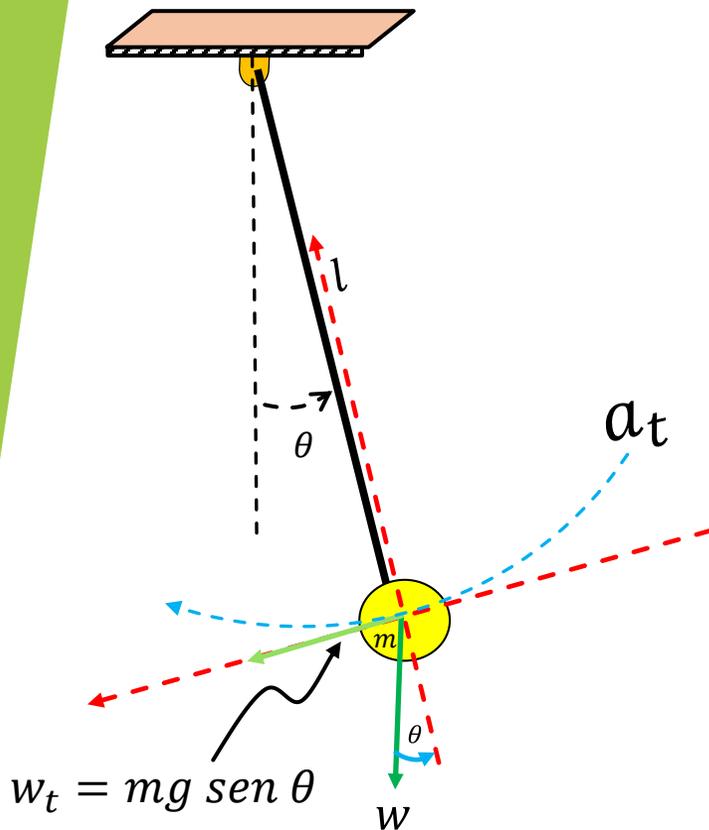


Figura 2

De la segunda Ley de Newton en la componente tangencial escribimos

$$\sum F_t = ma_t \quad (1)$$

Con $a_t = l \frac{d^2\theta}{dt^2}$, entonces (1) quedaría de la siguiente manera

$$-w_t = -mg \operatorname{sen} \theta = m l \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (2)$$

Reagrupando términos en 2

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \operatorname{sen} \theta = 0 \quad (3)$$

Experimento 5: Péndulo simple

Introducción teórica

Péndulo simple

si consideramos pequeñas oscilaciones, entonces podemos aproximar $\text{sen } \theta \approx \theta$, escribimos a (3) de la siguiente forma

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \theta = 0 \quad (4)$$

(4) Es la ecuación diferencial asociada al movimiento.

Recordemos que para un movimiento armónico simple

$$T = \frac{2\pi}{w} \quad (5)$$

$$\text{frecuencia angula} = w = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (6)$$

Sustituyendo (6) en (5)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (7)$$

Con T el periodo asociado a un péndulo simple.

Experimento 5: Péndulo simple

Introducción teórica experimental

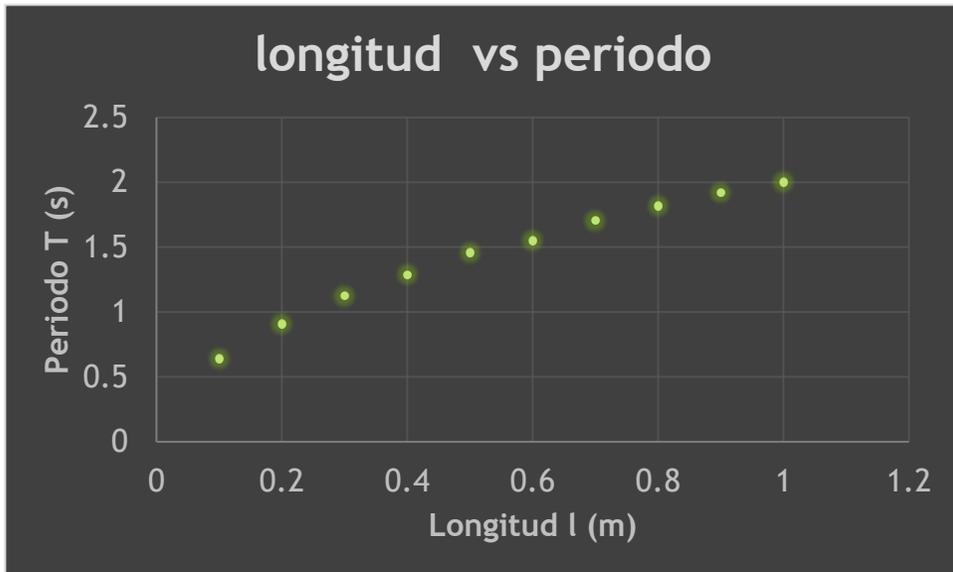


Figura 3

Si de alguna manera pudiésemos medir el periodo Asociado a diferentes longitudes de un péndulo, después de graficar en el eje x la longitud del péndulo y en el eje y el periodo asociado a cada longitud, obtendríamos lo que se observa en la figura 3.

Entonces para poder obtener la aceleración de la gravedad, de manera experimental tendríamos que utilizar la ecuación (1) y compararla con los datos experimentales que obtuvimos.

Ahora bien, de la figura 3 observamos que no es una función lineal, por lo tanto, para poder aplicar método de mínimos cuadrados tendremos que utilizar un cambio de variable (Clase “Análisis de datos y mediciones III”).

Experimento 5: Péndulo simple

Introducción teórica experimental

Cambio de variable

Buscaremos una ecuación teórica que describa el movimiento del péndulo, recordando la ecuación (7) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, en donde T es el periodo del péndulo y l es la longitud del péndulo.

Observamos que la ecuación (7) no es lineal y que describe al movimiento de nuestro experimento, por lo tanto buscaremos hacer un cambio de variable para poder linealizar para obtener la aceleración de la gravedad de manera experimental.

Reescribiremos la ecuación (7) de la siguiente manera

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} l \quad (8)$$

El cambio de variable quedaría de la siguiente manera

$$T^2 = Y \quad \text{y} \quad l = X$$

Reescribiendo la ecuación (8), en términos del cambio de variable

Experimento 5: Péndulo simple

Introducción teórica experimental

Cambio de variable

$$Y = \frac{4\pi^2}{g} X \quad (9)$$

Una vez que se tiene la ecuación (9), utilizamos el método de mínimos cuadrados para obtener la ecuación de la línea recta que mejor se ajusta a nuestros datos experimentales

El objetivo de obtener la ecuación de la recta es poder obtener la magnitud de la aceleración de la gravedad.

Haciendo una analogía entre la ecuación de la recta obtenida y la ecuación 8

$$\boxed{Y} = \boxed{A} \boxed{X} + B$$

$$\boxed{T^2} = \frac{4\pi^2}{g} \boxed{l}$$

Con A la pendiente de la recta.

Experimento 5: Péndulo simple

Introducción teórica experimental

Podemos hacer la siguiente igualdad

$$\frac{4\pi^2}{g} = A \quad (10)$$

Despejando g

$$g = \frac{4\pi^2}{A} \quad (11)$$

Con g que es la aceleración de la gravedad obtenida de manera experimental.

Experimento 5: Péndulo simple

Objetivo: Obtener de manera experimental la magnitud de la aceleración de la gravedad utilizando un péndulo simple.

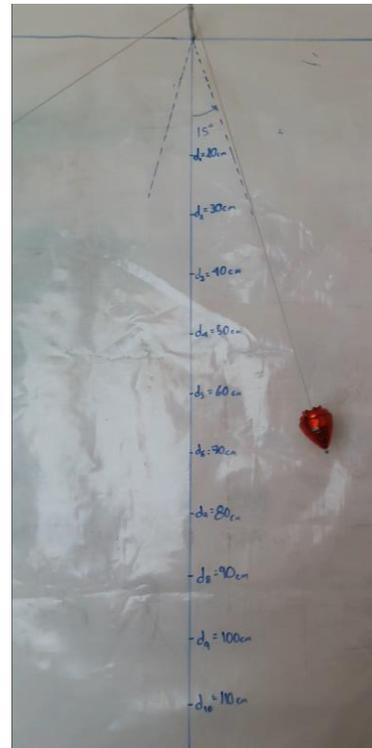
Material:

- Masa (canica, balón, pelota, etc.)
- Hilo
- Flexómetro
- Transportador
- Cronometro celular

Desarrollo experimental:

Construcción de péndulo simple para medir el periodo de oscilación para diferentes longitudes del péndulo.

Arreglo experimental



Experimento 5: Péndulo simple

Desarrollo experimental:

- 1.-Construir el arreglo experimental (como se muestra en la imagen de la diapositiva anterior).
- 2.-Considerar una longitud mínima del péndulo de 0.20 m y una longitud máxima de 1.10 m.
- 3.-Desplazar el péndulo a un ángulo de 15° y medir tres periodos para la primera longitud (0.20 m) y registrar los periodos para esta longitud en una tabla.
- 4.-Repetir el paso 3, aumentando la longitud del péndulo de 0.10 m en 0.10 m hasta tener una longitud total de 1.10 m y para cada longitud medir tres periodos con el cronometro de su celular, siempre a 15° con respecto a la vertical.
- 5.-Con los promedios de los periodos obtenidos para cada longitud, utilizar el procedimiento que se menciona en las diapositivas 5 a 7 para poder obtener la magnitud de la aceleración de la gravedad.